

1 OPTICKÉ METODY REKONSTRUKCE 3D OBJEKTŮ

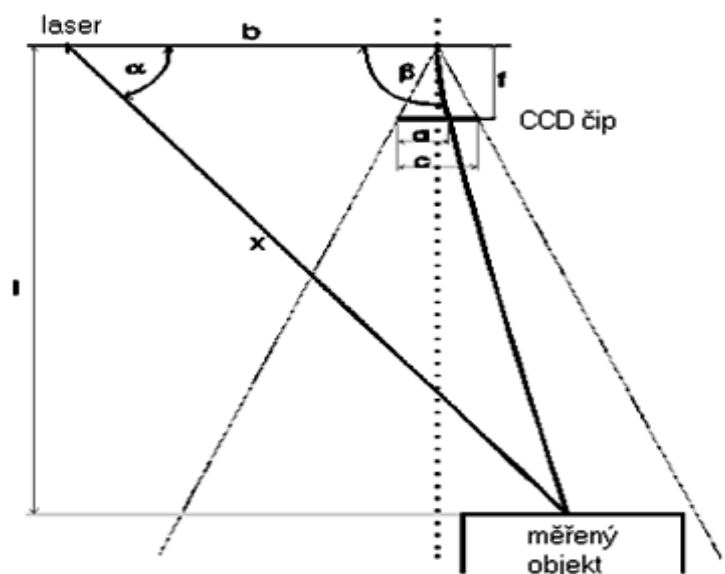
- výhody optického měření - přesnost, rychlost, nekontaktní, nedestruktivní měření, neunavitelnost, snadná přenastavitelnost, změna parametrů
- aplikace - rozpoznání 3D předmětů (třízení), sestavení 3D modelu, inspekce kvality, kontrola povrchů, vizuální systémy na montážních linkách, navigace, robotika, zabezpečování objektů
- běžné měřicí i zobrazovací zařízení (CCD kamera, monitor) *transformují 3D scénu na 2D obraz* - dochází ke *ztrátě jedné souřadnice* (z, hloubka, vzdálenost). Zpětná úloha, která se snaží odvodit trojrozměrné vlastnosti objektů z obrazu kamery, má tedy obecně nekonečně mnoho řešení.
- člověk neztrácí 3D interpretaci okolí – využívá spojování obrazů ze dvou pohledů (očí), stínů či pozorování těles při pohybu, obecné předběžné znalosti světa atd.
- optické metody měření jsou založené na třech hlavních principech:
 - triangulace
 - optická interferometrie
 - měření doby letu modulovaného světla
- *o tom, která metoda se použije rozhoduje:* vzdálenost zkoumaného předmětu od senzorů, jeho rozměry a požadovaná přesnost měření, vlastnosti povrchu předmětu (nerovnost, drsnost, odrazivost světla), přístupnost k měřenému objektu a maximální možné rozměry měřicího systému (aby jej bylo možné umístit například na již fungující linku), vlastnosti okolních zdrojů světla (intenzita, spektrum, koherence), možná doba měření, možnost kalibrace, finanční stránka atd.

1.1 Triangulační metody

- nejpoužívanější techniky optického měření
- rozdělujeme tyto nejdůležitější techniky:
 - aktivní triangulace
 - pasivní triangulace
 - měřicí systémy s teodolity
 - fokusovací techniky
 - techniky „podoba ze stínování“
 - další techniky např. „podoba ze siluety“, „podoba z pohybu“ atd.

1.1.1 Aktivní triangulace

- fotogrammetrická rekonstrukce snímaného objektu nasvícením jeho povrchu světelným zdrojem a současným snímáním CCD snímačem
- *triangulační trojúhelník* - zdroj světla, snímač a osvětlený bod (viz Obr.1)
- *triangulační báze* (základna) – spojnice b světelný zdroj a snímač
- na straně zdroje je úhel α svíraný s triangulační bází neměnný, kdežto na straně snímače je úhel β určen proměnnou pozicí vysvíceného bodu CCD snímače. Z velikosti tohoto úhlu a na základě znalosti triangulační báze a parametrů kamery lze určit z-ovou souřadnici objektu (vzdálenost l).

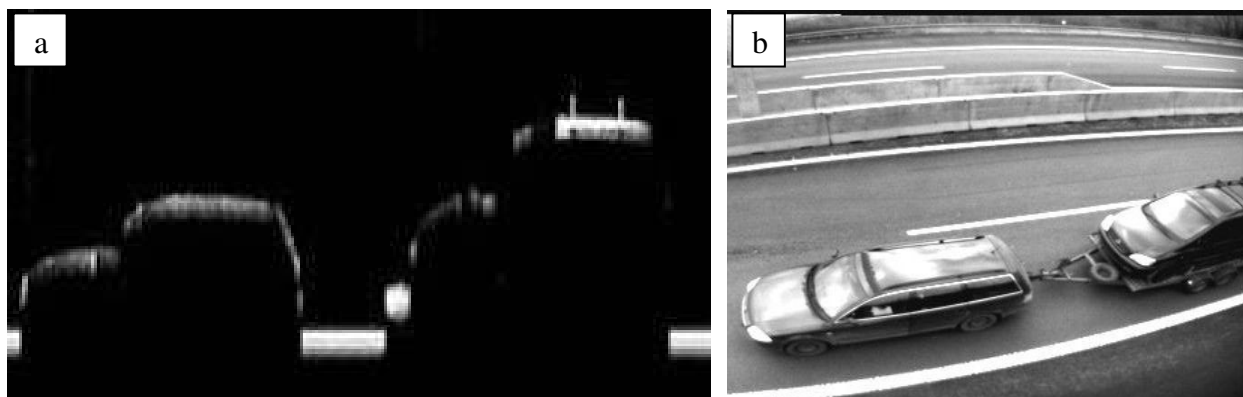


Obr. 1 Triangulační trojúhelník (1D triangulace)

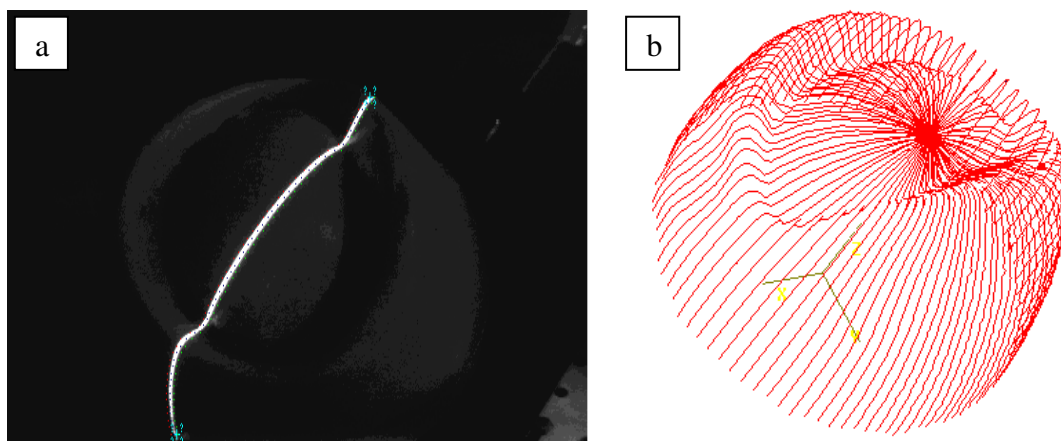
K označení povrchu se používá:

- světelný paprsek (1D triangulace, Obr.2)
- světelný pruh (2D triangulace, Obr.3)
- strukturovaný světelný svazek (3D triangulace, Obr.4)

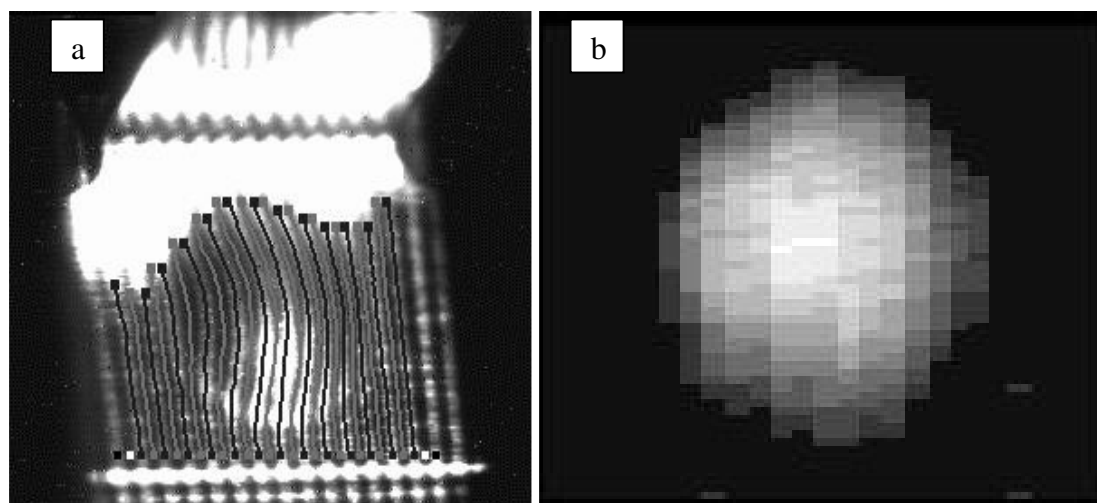
Mezi techniky 3D triangulace patří: technika moiré, technika světelného vzoru, technika barevného kódu, technika fázového posuvu



Obr. 2 Aplikace 1D triangulační techniky



Obr. 3 Aplikace 2D triangulační techniky



Obr. 4 Aplikace 3D triangulační techniky

Úskalí metody: konkavitu objektu, plochy kolmé na obrazovou rovinu, plochy rovnoběžné ke zdroji světla, povrch (materiál, barva)

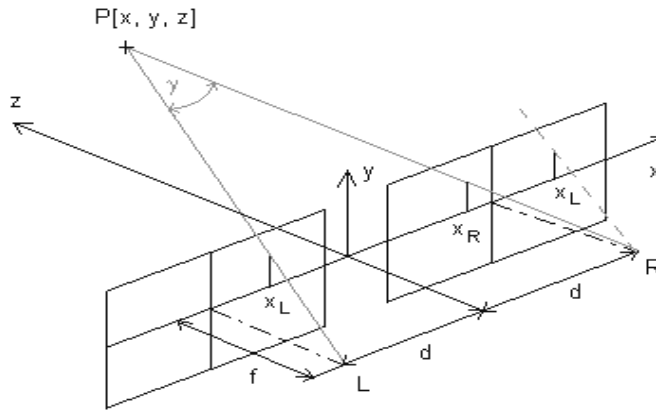
Rozlišení závisí na: měřené vzdálenosti, velikosti báze b , úhlu α , rozlišení kamery, ohniskové vzdálenosti f objektivu

1.1.2 Pasivní triangulace

- „pasivní“ = není uvažováno geometrické uspořádání osvětlení
- základem je pořídít minimálně dva snímky (z různého pohledu nebo změněné scény)
- používají se tyto základní metody:
 - více kamer (se známou orientací nebo se samokalibrací)
 - jedna kamera v různých polohách
 - jedna kamera a pohybující se objekt – technika „tvar z pohybu“
- u *dynamických systémů* se často aplikuje více kamer a využívá se znalosti relativních poloh nebo samokalibrujících se metod
- *pro statické scény* lze použít jedna kamera, která získá snímky ze dvou a více různých pohledů

Stereovidění

- často používaná technika, speciální *podskupina metod s více kamerami*
- *dva stereoskopické snímky*
- různé varianty obtížnosti – různé parametry snímačů, různá orientace, neznámá vzájemná orientace atd.
- nejjednodušší varianta - optické osy kamer jsou rovnoběžné s osou z souřadnicového systému, ohnisková vzdálenost levé i pravé kamery je stejná a obrazové roviny obou kamer leží v rovině $z = 0$



Obr. 5 Stereoskopické snímky

- důležitý je úhel, který svírají oba sdružené paprsky, tzv. *úhlová paralaxa* (viz úhel γ na Obr.5). Pro body bližší pozorovateli je paralaxa větší než pro body vzdálenější. Aby se prostorové vidění náležitě uplatnilo, nesmí její velikost klesnout pod určité minimum.
- jestliže se nám podaří k bodu P ve snímku z levé kamery najít odpovídající bod v pravém snímku, lze souřadnice x, y, z bodu P určit podle vztahů:

$$x = x_L \frac{2d}{x_L - x_R}, \quad y = y_L \frac{2d}{x_L - x_R}, \quad z = \frac{2df}{x_L - x_R},$$

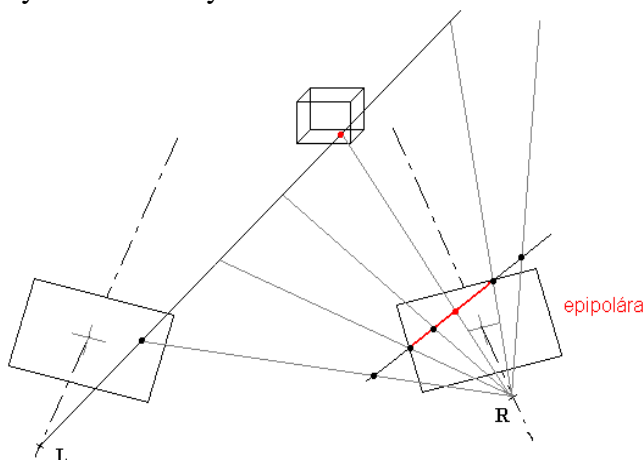
kde $2d$ je vzdálenost mezi optickými osami kamer, f je jejich ohnisková vzdálenost, x_L a x_R jsou souřadnice řešeného bodu v obrazové rovině $z = 0$. Rozdíl $x_L - x_R$ se označuje jako *horizontální paralaxa*.



Obr. 6 Stereoskopické snímky s naznačenou korespondencí

Korespondenční problém

- problém automatického nalezení bodu v obrazech levé i pravé kamery
- je zjednodušen tím, že odpovídající body musí ležet na *epipoláře* (epipolární linie, viz např. [5]) - Je-li určitý bod nalezen na snímku z jedné kamery, leží stejný bod na druhé kameře na úsečce (viz Obr.7), která vznikne jako průmět myšlené spojnice "ohnisko kamery - nalezený bod ve snímku - označený bod na objektu - nekonečno" do obrazové roviny druhé kamery.



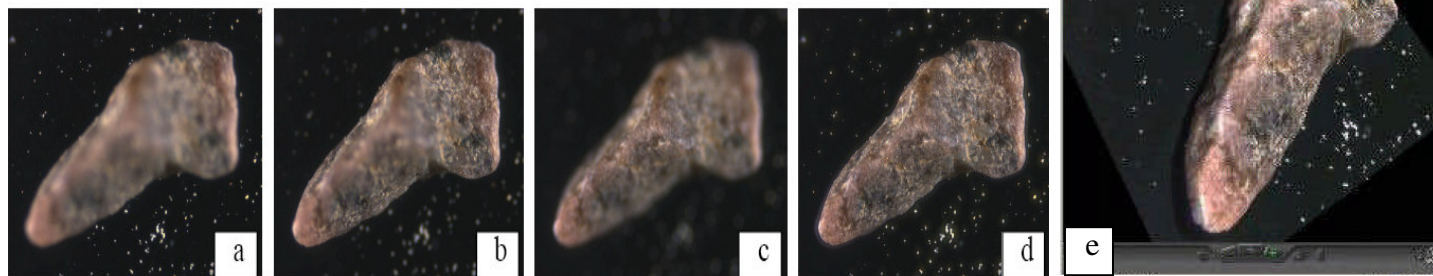
Obr. 7 Epipolární linie

1.1.3 Měřicí systémy s teodolitem

- teodolit je nejpřesnější triangulační systém, který je schopný měřit s relativní chybou pod $5 \cdot 10^{-6} \%$.
- vysoká přesnost je však splacena dlouhou dobou měření. Měřený předmět musí být zaostřen nejméně dvěma teodolity. Horizontální a vertikální úhly jsou měřeny elektronicky a 3D souřadnice jsou určeny z měřených úhlů a ze známých pozic teodolitů.
- teodolity se používají pro přesná měření rozměrných objektů (stavebnictví, geodézie, atd.). Moderní systémy jsou vybaveny kvalitním dalekohledem, elektronikou vyhodnocující měření a provádějící některé početní úkony, velkým přehledným displejem a jsou umístěny na oddělitelné trojnožce. Někdy je integrován 1-D laserový radarový měřič vzdálenosti.

1.1.4 Fokusovací techniky

- důležitými parametry jsou hloubka ostrosti a průměr kroužku vzniklého difrakcí v ohniskové rovině, který závisí na ohniskové vzdálenosti a numerické apertuře
- tři různé metody:
 - konfokální mikroskopie
 - kontrolované fokusování
 - metody rozfokování



Obr. 8 Fokusovací technika – a,b,c,d) snímky s různým zaostřením, e) zrekonstruovaný objekt. Převzato z [8]

1.1.5 Techniky „podoba ze stínování“

- určení normály povrchových elementů z ozáření, stínů a odlesků na obraze a ze známé pozice kamery a zdrojů světla. Z normál jsou pak vypočteny 3D tvary. Techniky je možno ještě rozšířit o použití obrazových sekvencí s pohyblivými zdroji světla nebo obrazy s různým osvětlením.

1.2 Metody optické interferometrie

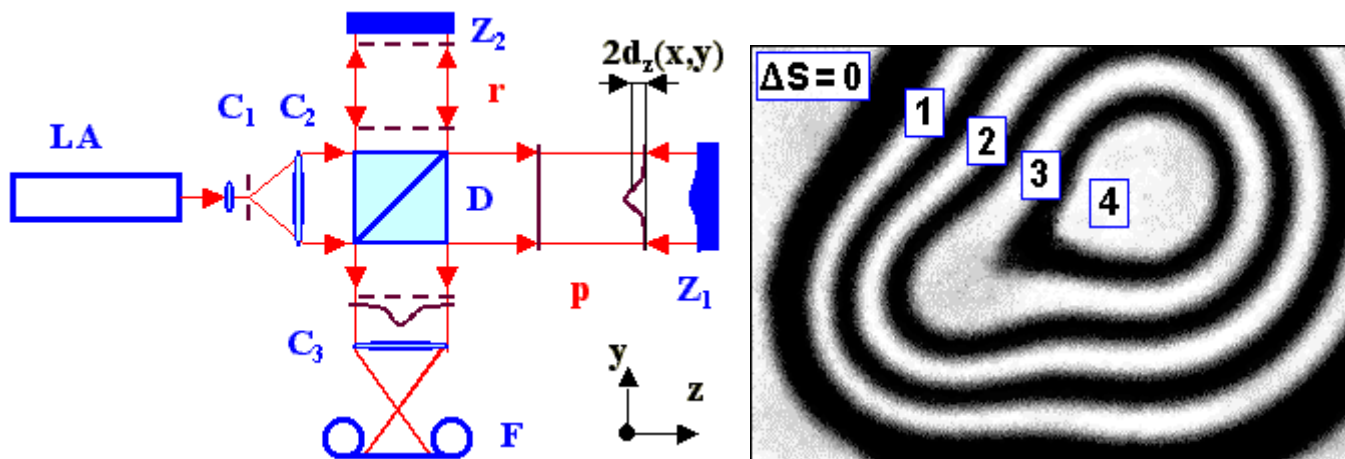
- princip je založen na měření doby letu koherentního záření
- vlnění je rozděleno na *předmětové a referenční* (viz Obr.9)
- spojí-li se vlna rozptýlená od předmětu s referenční vlnou, mohou spolu *interferovat*. Vznikne tak vlnění, jehož celková intenzita je dána tzv. *interferenční rovnicí*

$$I(x,y) = |I_p(x,y)|^2 + |I_r(x,y)|^2 + 2|I_p(x,y)||I_r(x,y)| \cdot \cos(\varphi_p(x,y) - \varphi_r(x,y)),$$

kde $|I_p(x,y)|\cos(\varphi_p(x,y))$ - předmětová vlna,

$|I_r(x,y)|\cos(\varphi_r(x,y))$ - referenční vlna,

x a y jsou prostorové souřadnice v rovině interference



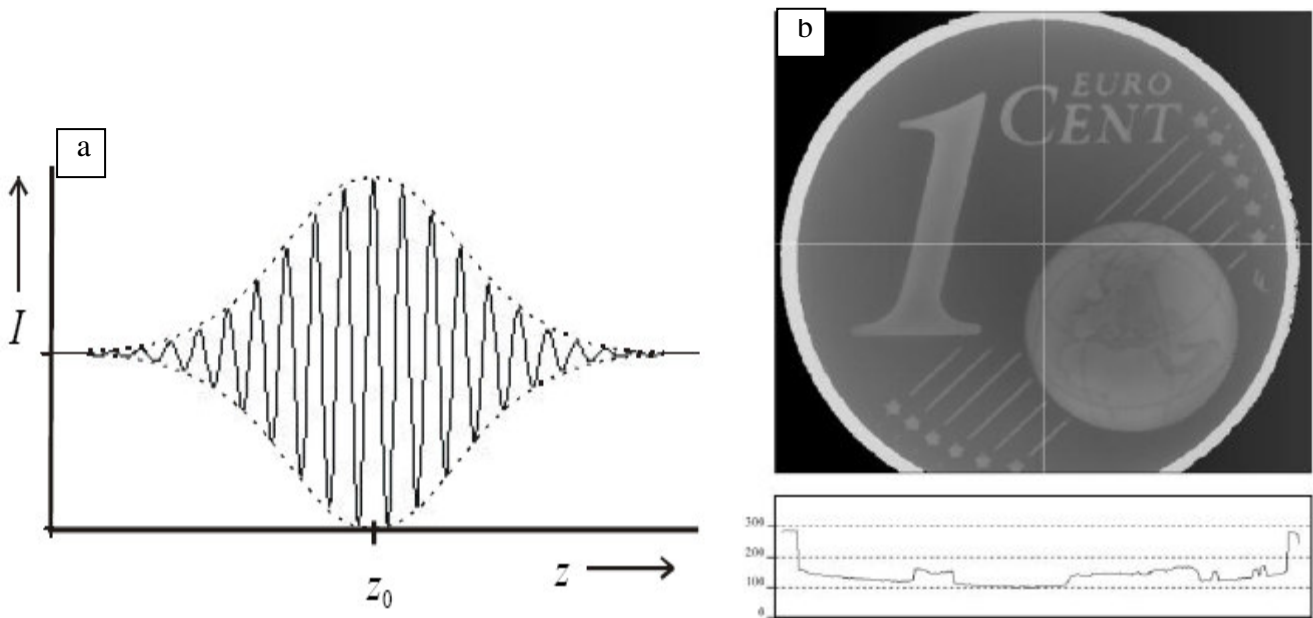
Obr. 9 Blokové schéma Michelsonova interferometru (LA laser, C čočky, D dělič, Z₁ měřený zrcadlový povrch, Z₂ referenční zrcadlový povrch, F fotoaparát, p předmětový svazek, r referenční svazek, d_z deformace zrcadla Z₁, 2d_z deformace vlnoplochy v předmětovém svazku); interferogram

$$d_z(x, y) = \Delta S(x, y) \frac{\lambda}{2}, \quad \text{kde } \Delta S \text{ je změna interferenčního řádu (bílé proužky)}$$

- změna vzdáleností odpovídá *fázovému rozdílu*
- nelze měřit absolutní vzdálenost. *Jednoznačné určení vzdálenosti* objektu můžeme získat jen v rozsahu $\lambda/2$ použitého světla - z interferogramu nelze přímo zjistit, zda interferenční řád směrem od referenčního místa roste či klesá a z toho pak zda povrch je konkávní, či konvexní.
- nejčastěji se používají *interferometry*: Michelsonův, Sagnacův, Fabry-Peretův, Mach-Zehnderův aj., jenž se liší především ve způsobu rozdělení vlnění na měřené a referenční a podle celkového uspořádání jednotlivých opticko-mechanických prvků

Nejvýznamnější principy založené na základech optické interferometrie jsou:

- *holografická interferometrie* - interferují světelné vlnění pocházející ze dvou různých stavů objektu (např. před a po mechanickém zatížení). Vzniklý interferogram tedy charakterizuje vzniklé namáhání.
- *skvrnová (spekl) interferometrie* - skvrny jsou generovány v případě, že koherentní světlo je odraženo od hrubého, nerovného povrchu, kdy odražené vlnoplochy interferují se všemi dalšími
- *interferometrie s bílým světlem* - i u zdrojů světla s velkou šířkou pásma lze dosáhnout silného interferenčního efektu (prudké výkyvy signálu se změnou hloubky), měření i s malou aperturou a i na drsných površích
- *interferometrie pracující s více vlnovými délkami* - synteticky vytvořené frekvence vzniklé superpozicí dvou velmi podobných vlnových délek. Takto generované frekvence přímo určují rozsah, ve kterém lze vzdálenosti měřit bez nejednoznačností.

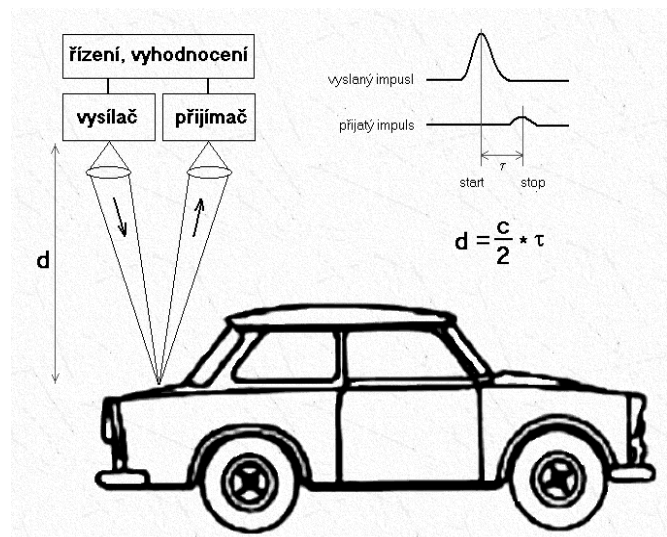


Obr. 10 Interferometrie s bílým světlem: a) závislost intenzity světla na pozici předmětového zrcadla (korelogram), b) změřený výškový profil mince (výšková mapa).
Převzato z [9]

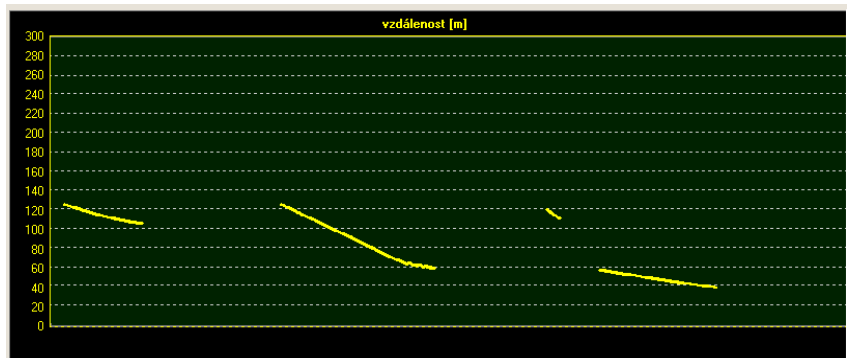
1.3 Metody založené na měření doby letu modulovaného světla

- vzdálenost bodu objektu lze stanovit z doby letu τ světelného paprsku od jeho vyslání senzorem, odražení od objektu až po jeho opětovné zachycení senzorem, a to podle vztahu:

$$z = c \frac{\tau}{2}$$



Obr. 11 Měření doby letu světelného impulsu

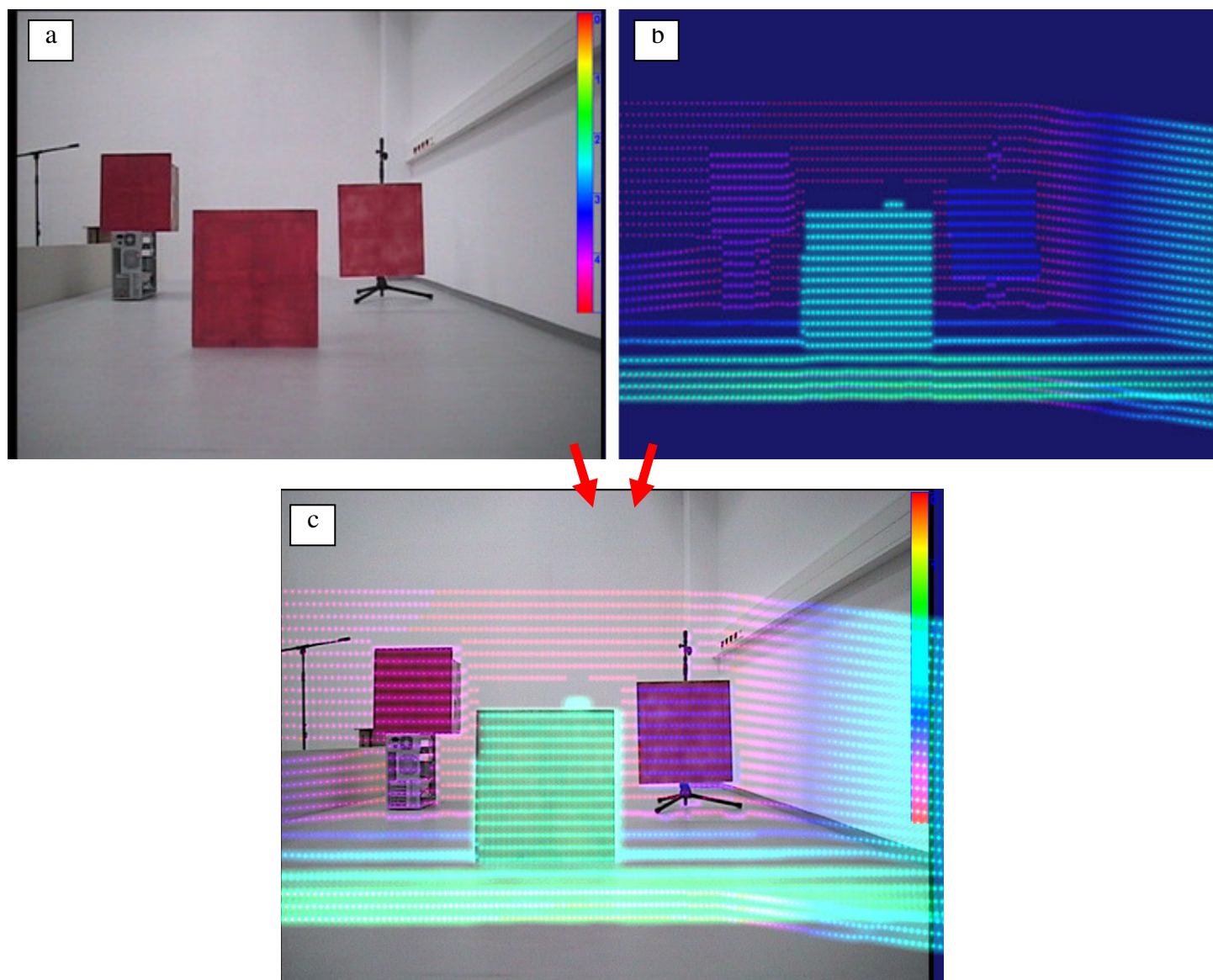


Obr. 12 Příklad použití techniky měření doby letu pro měření rychlosti vozidel

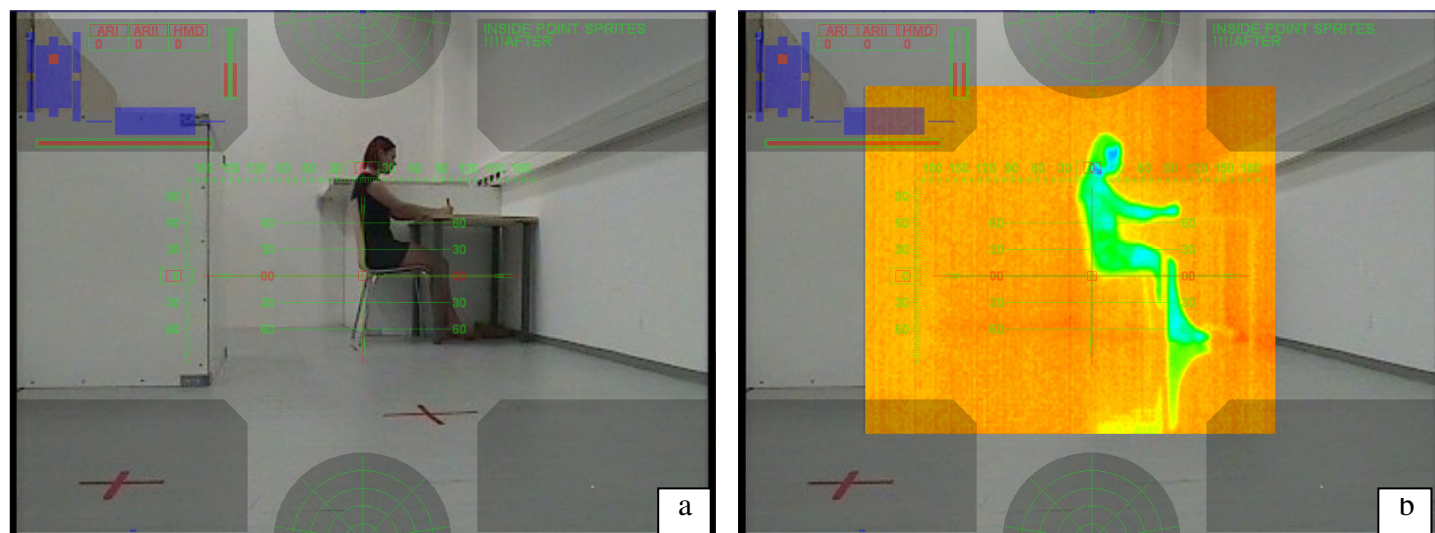
Metody pracující s modulací se používají pouze u aplikací s menšími nároky na rozlišení a přesnost (řádově přesnost v centimetrech). Interferometrické techniky lze aplikovat v širokém rozsahu i u měření s nanometrickou přesností.

Orientace v prostoru, navádění robotů

- údaje získané z 3D optických systémů lze použít také pro měření okolí
- proto mohou být výše popsané techniky použity např. k navádění mobilních robotů, 3D lokalizaci, automatické tvorbě 3D map, navigaci atd.



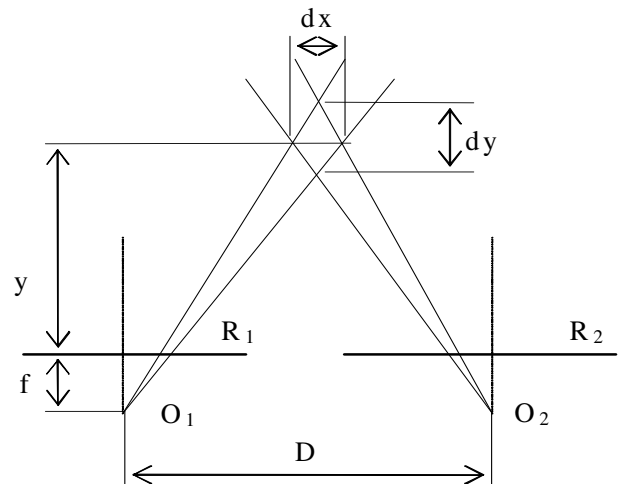
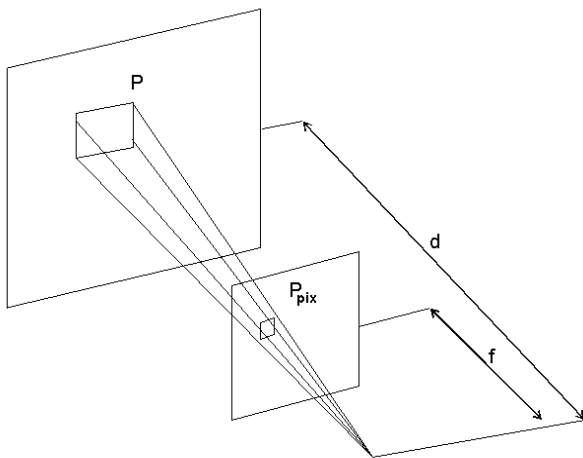
Obr. 13 a) snímek z CCD kamery, b) data z laserového dálkoměru (měření doby letu) – barva reprezentuje vzdálenost, c) spojení obou pohledů



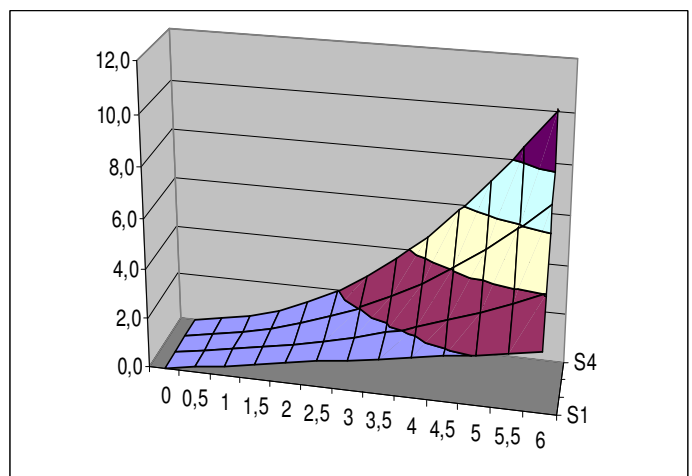
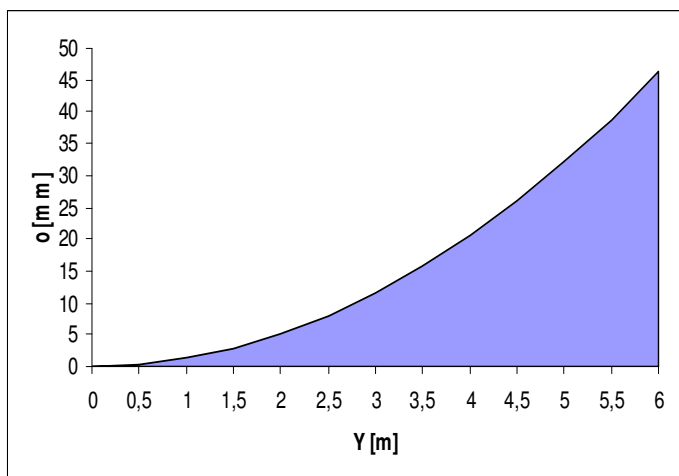
Obr. 14 a) snímek z CCD kamery doplněný o kontrolní údaje, b) spojení snímku z CCD kamery a z termokamery

Chyba diskretizace

- hrana nebo body se promítnou do jednoho pixelu (fotocitlivý prvek na čipu kamery má vždy určitou velikost a všechny body, které se promítnou do tohoto místa budou v obraze reprezentovány pouze jedním pixelem)
- chyba roste se vzdáleností od roviny čipu (viz Obr. 16a) a od optického středu snímku (viz Obr. 16b)



Obr. 15 Velikost oblastí, která se promítne do jednoho pixelu: a) jedna kamera, b) stereovidění



Obr. 16 Chyba diskretizace v závislosti na vzdálenosti a pozici ve snímku

2 REPREZENTACE TĚLES

- těleso je chápáno jako spojitý útvar, tvořený jedním celkem (i s možnými otvory) a je představováno množinou bodů, splňující určitá kritéria. Těleso je sjednocením dvou navzájem disjunktních množin – množiny vnitřních bodů a množiny hraničních bodů. Popsané metody zjišťují hraniční body, proto se pro ně používá nejčastěji reprezentace 2.1.

2.1 Hraniční reprezentace těles

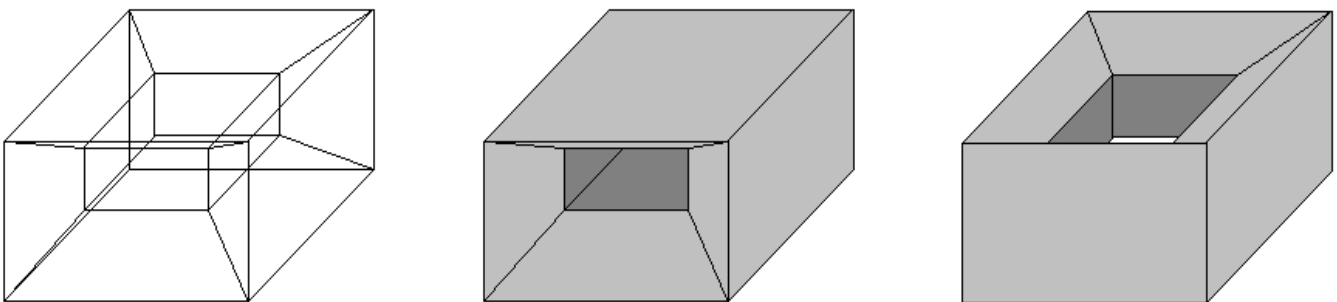
- je výhodná z hlediska dalšího zpracování – její zobrazování se snadno provádí v grafických akcelerátorech
- spočívá v popisu povrchu (množiny hraničních bodů)
- hraniční reprezentace je převedena na popis vrcholů (vertex), hran (edge) a ploch (face) tvořících hranici (plášť) tělesa
- geometrické prvky, ze kterých je sestavena hraniční reprezentace tělesa, jsou uspořádány do hierarchických struktur
- dovoluje popsat i takové objekty, které nelze ve skutečném světě vyrobit, tzv. *nonmanifoldy* (nekonečně tenká přímka, dotek dvou objektů pouze v jednom bodě atd.). Pojem *manifold* („vyrobitelný“) se pak používá pro modely těles, které odpovídají nějakému skutečnému tělesu.
- kvalitní reprezentace (především 2.1.4) musí přímo obsahovat následující informace nebo je musí být možné z ní snadno odvodit:
 - *klasifikace hran na ostré a pomocné* (pomocné hrany nejčastěji tvoří spojnice mezi aproximujícími ploškami) – není-li přímo obsažena v reprezentaci, je třeba znát, které plochy s hranou incidují
 - *normály ve vrcholech* – jednotkové vektory kolmé na těleso ve vrcholech jsou důležité hlavně pro zobrazení (řešení viditelnosti a osvětlení ploch)
 - *ohraničení plochy* – je třeba umět nalézt všechny hrany dané plochy
 - *poloha bodu v prostoru* – pro libovolný bod je třeba umět stanovit, zda leží uvnitř či vně tělesa
- hrany (resp. plošky) nemusí být jen úsečky, ale mohou to být *obecné křivky* – nejčastěji kubiky (křivky třetího řádu) – používají se např.: Bézierovy, B-spline, NURBS atd. křivky (resp. plochy)

2.1.1 Vrcholová reprezentace

- nejjednodušší, nejčastější výsledek měření
- spočívá v popisu pouze vrcholy
- nejednoznačná, nejméně názorná

2.1.2 Hranová reprezentace

- spočívá v zápisu hran a vrcholů
 - připomíná prostorové drátové modely těles, proto se někdy nazývá *drátový model* (wire-frame)
 - nejednoznačná interpretace – jeden model může reprezentovat několik různých těles (viz Obr.17)
- Implementace – seznam vrcholů (souřadnice) + seznam hran (obsahuje dva ukazatele do seznamu vrcholů)



Obr. 17 Nejednoznačnost hranové reprezentace

2.1.3 Jednoduchá plošková reprezentace

- rozšíření hranové reprezentace o plochy
- jednoznačná reprezentace

Implementace – seznam vrcholů + datová struktura určená pro popis ploch (v praxi nastávají tyto případy):

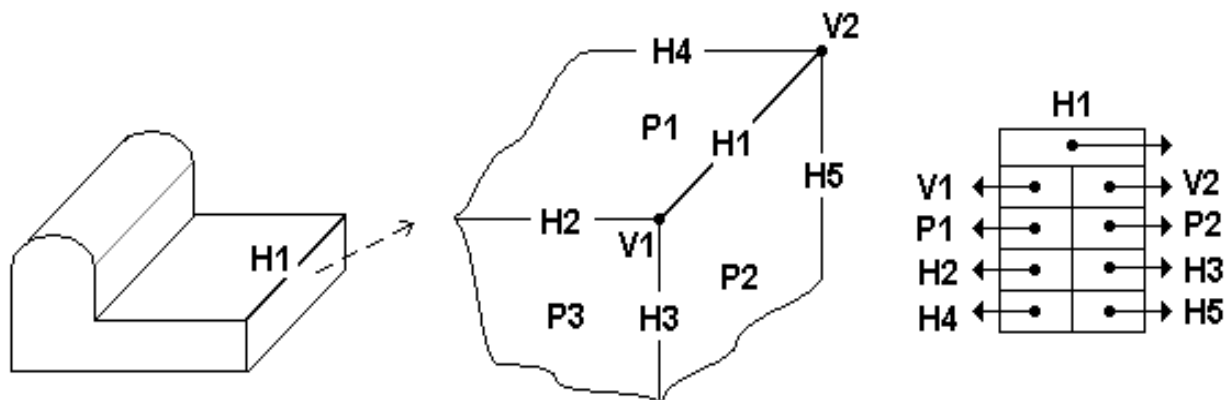
- plochy tvoří pravidelnou síť (mesh) – dvojrozměrné pole ukazatelů do seznamu vrcholů – *výšková (hloubková) mapa* - viz Obr. 4b, 10b.
- všechny plochy mají stejný počet vrcholů (nejčastěji tři nebo čtyři) – seznam, jehož každý člen je tvořen trojicí či čtveřicí ukazatelů na vrcholy
- plochy mají různé uspořádání a velikost – seznam ploch má nestejně dlouhé položky, každá bude obsahovat různý počet ukazatelů na vrcholy

2.1.4 Strukturovaná plošková reprezentace

- komplexní reprezentace

Implementace – je tvořena třemi seznamy v hierarchickém uspořádání. Na nejnižší úrovni je seznam vrcholů, na střední je seznam hran a na nejvyšší seznam ploch. Seznamy mohou být cyklicky zřetězené.

- nejvíce informací nesou prvky seznamu hran – ukazatelé na všechny geometrické elementy (plochy, hrany, vrcholy) s nimiž hrana inciduje. Tento datový záznam se někdy označuje jako *okřídlená hrana* (winged-edge) a je naznačen na Obr.18.



Obr. 18 Datový záznam - okřídlená hrana

- pro nonmanifolds se používá odvozená struktura *půlhrana* – dvojice stěna a hrana. Běžné hrany se zapisují jako dvojice půlhran

2.2 Objemová reprezentace

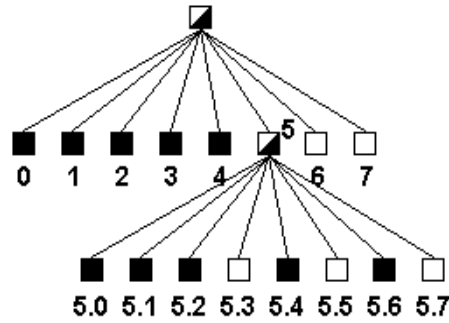
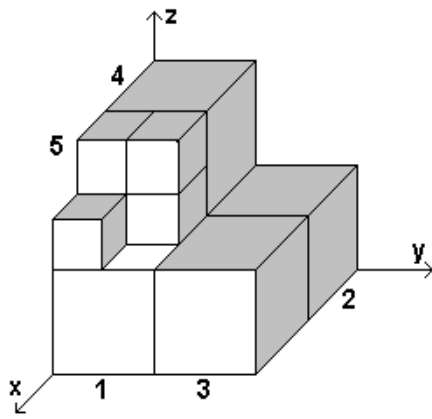
- výčet části prostoru, ve kterých se objekt nachází

2.2.1 Vyčíslení obsazenosti prostoru

- trojrozměrný prostor je reprezentován trojrozměrným polem elementárních objemových jednotek, které nabývají dvoustavové hodnoty – obsazené nebo prázdné. Pro jejich označení se vžil pojem *voxel* (zkratka z volume element) – obdoba pixelu ve 2D, tvar krychle či kvádrů

2.2.2 Oktalové stromy

- na paměť je úspornější varianta, která adaptivně rekurzivním způsobem postupně zjemňuje 3D prostor. Popis objektu je pak tvořen kombinací objemů nestejně velikosti (kostičky). Rekursivní definice objektu je zapisována formou *oktalového stromu* (octree); oktalový – prostor je vždy dělen na osm stejných menších částí (viz Obr.19)



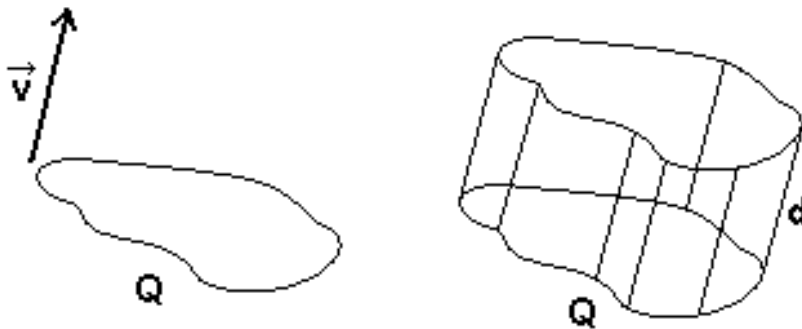
(FFFFFF(FFFVVFV)VW)
 nebo
 MFFFFFFMFFFVVFVWVW

V - prázdný
 F - plný
 M - smíšený

Obr. 19 Příklad tělesa a jemu odpovídajícího oktalového stromu

2.3 Šablonování

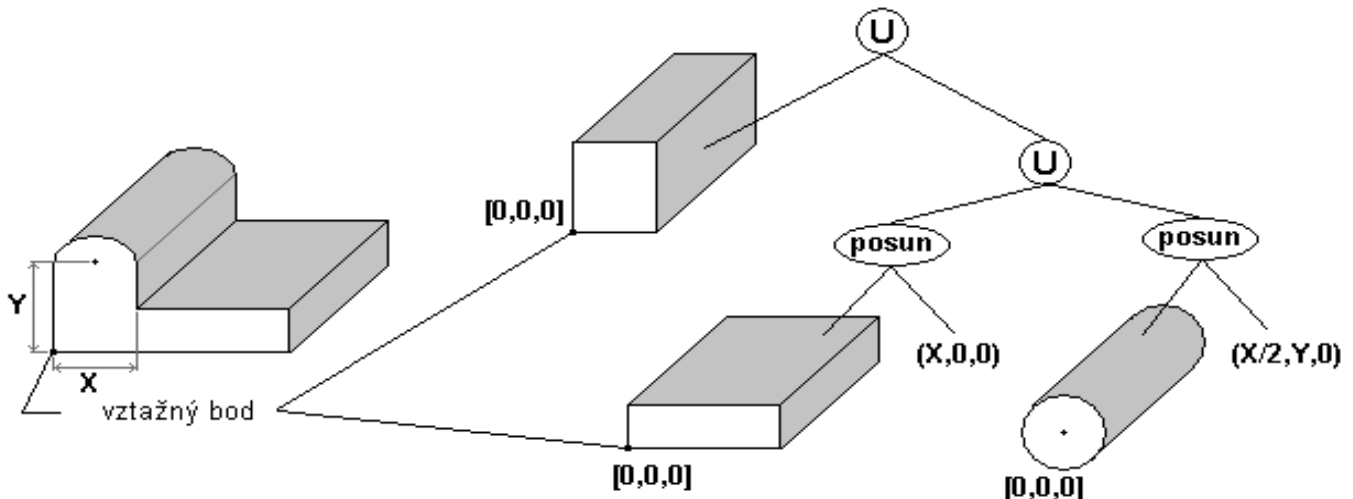
- šablonování (sweeping) je modelovací technika, při které získáváme plochu tažením dvojrozměrného obrysu (tzv. profilu) po trojrozměrné křivce (tzv. páteři)
- techniky šablonování:
 - translační šablonování – obrys je libovolný, páteř je úsečka, např. válcová nebo hranolová plocha
 - rotační šablonování – obrys je libovolný, obrys je tažen po kružnici (rotace kolem osy)
 - obecné šablonování – obrys i trajektorie je libovolná



Obr. 20 Plocha získaná vytažením z profilové křivky $Q(u)$ ve směru vektoru \vec{V} o vzdálenost d

2.4 Konstruktivní geometrie těles (CSG – Constructive Solid Geometry)

- odráží postupy používané konstruktéry při tvorbě těles
- stromová struktura uchovávající historii dílčích konstrukčních kroků
- z tzv. CSG primitiv (konečná množina jednoduchých 3D těles - kvádr, koule, válec, kužel, poloprostor, toroid atd.) je s pomocí množinových operací (průnik, sjednocení, rozdíl atd.) a prostorových transformací (posunutí, otočení, zvětšení atd.) vytvořen výsledný objekt (viz Obr.21)
- listy stromu jsou jednotlivá základní tělesa a hrany mezi uzly odpovídají množinovým operacím



Obr. 21 Příklad tělesa a jemu odpovídající popis CSG stromem

3 TROJROZMĚRNÉ GEOMETRICKÉ TRANSFORMACE

- jedny z nejčastěji používaných operací v počítačové grafice
- lze je aplikovat na jednotlivé body objektu nebo lze transformovat souřadný systém

Dělení:

- lineární – otočení, posunutí, zkosení atd.
- projekce – převod z vícerozměrného prostoru do prostoru o méně rozměrech
- nelineární – warping atd.

3.1 Homogenní souřadnice

- umožňují vyjádření nejčastěji používaných transformací pomocí jedné matice
- Bod P s kartézskými souřadnicemi $[X, Y, Z]$ zapíšeme pomocí pravouhlých homogenních souřadnic $[x, y, z, w]$, pro které platí:

$$X = \frac{x}{w}, \quad Y = \frac{y}{w}, \quad Z = \frac{z}{w}, \quad w \neq 0,$$

kde w se nazývá váha bodu nebo *homogenizační faktor* a často se volí $w = 1$.

- Lineární transformace A bodu $P = [x, y, z, w]$ na bod $P' = [x', y', z', w']$ má tvar:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 1 \end{bmatrix} \quad \text{a převod se zapíše: } P' = [x' \ y' \ z' \ w'] = PA = [x \ y \ z \ w] \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 1 \end{bmatrix}$$

- *skládání transformací* je realizováno jako násobení matic, přičemž záleží na pořadí, v jakém se operace (transformace) provádí (je rozdíl, jestli objekt posuneme a pak otočíme okolo počátku souřadného systému, nebo zda objekt nejdříve otočíme a poté posuneme). Výslednou matici A reprezentující postupné provádění operací A_1, A_2 a A_3 (v tomto pořadí) určíme:

$$A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$$

- *inverzní transformace* je reprezentována inverzní maticí

3.2 Trojrozměrné geometrické transformace

3.2.1 Posunutí (translace)

- posunutí bodu P je určeno vektorem posunutí

$$\vec{p} = (X_T, Y_T, Z_T) = (X' - X, Y' - Y, Z' - Z)$$

- aplikací této transformace na bod P získáme bod P' o souřadnicích

$$X' = X + X_T$$

$$Y' = Y + Y_T$$

$$Z' = Z + Z_T$$

- v transformační matici se uplatní pouze poslední řádek

$$A_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ X_T & Y_T & Z_T & 1 \end{bmatrix}$$

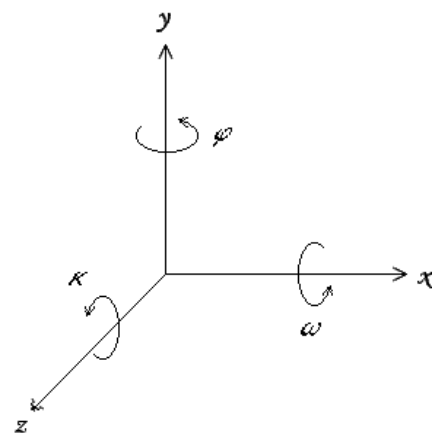
3.2.2 Otočení (rotace)

- otáčení ve třech rozměrech lze realizovat jako postupné otáčení kolem jednotlivých os. Matice reprezentující otáčení kolem osy x o úhel ω má tvar

$$A_{Rx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & \sin \omega & 0 \\ 0 & -\sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- analogicky matice pro otočení kolem osy y a z

$$A_{Ry} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_{Rz} = \begin{bmatrix} \cos \kappa & \sin \kappa & 0 & 0 \\ -\sin \kappa & \cos \kappa & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



- současné otáčení o úhly ω , φ , κ kolem os x , y , z (podle obrázku) lze realizovat jako násobení matic pro otáčení kolem jednotlivých os nebo jednou maticí (vzniklou vynásobením)

$$R = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cdot \cos \kappa & -\cos \varphi \cdot \sin \kappa & \sin \varphi & 0 \\ \sin \omega \cdot \sin \varphi \cdot \cos \kappa + \cos \omega \cdot \sin \kappa & -\sin \omega \cdot \sin \varphi \cdot \sin \kappa + \cos \omega \cdot \cos \kappa & -\sin \omega \cdot \cos \varphi & 0 \\ -\cos \omega \cdot \sin \varphi \cdot \cos \kappa + \sin \omega \cdot \sin \kappa & \cos \omega \cdot \sin \varphi \cdot \sin \kappa + \sin \omega \cdot \cos \kappa & \cos \omega \cdot \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- otočení kolem libovolného bodu $R = [x_R, y_R, z_R]$ v prostoru se realizuje jako složení transformací:

- posunu celého objektu o vektor (x_R, y_R, z_R)
- otočení
- inverzní transformací posunu

Výsledná matice je součinem

$$A = A_T \cdot A_R \cdot A_T^{-1}$$

3.2.3 Změna měřítka (scale)

- změna měřítka v prostoru se provede transformační maticí

$$A_S = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- v níž koeficienty S_x , S_y , S_z určují změnu ve směru příslušné souřadnicové osy
- pro koeficienty $S < 1$ jde o zmenšení pro $S > 1$ zvětšení

3.2.4 Souměrnost

- souměrnosti můžeme rozdělit do tří skupin:

- středová souměrnost
- souměrnost podle roviny
- osová souměrnost

všechny tyto souměrnosti lze realizovat transformací změny měřítka s koeficienty S uvedenými v tabulce

	S_x	S_y	S_z
souměrnost podle osy x	1	-1	-1
souměrnost podle osy y	-1	1	-1
souměrnost podle osy z	-1	-1	1
souměrnost podle roviny xy	1	1	-1
souměrnost podle roviny xz	1	-1	1
souměrnost podle roviny yz	-1	1	1
středová souměrnost	-1	-1	-1

3.2.5 Zkosení (shear)

- operaci zkosení ve třech směrech opět rozdělíme na tři případy zkosení ve směru jednotlivých rovin yz , xz a xy . Ve všech třech případech určují koeficienty H_x , H_y a H_z míru zkosení v odpovídajícím směru

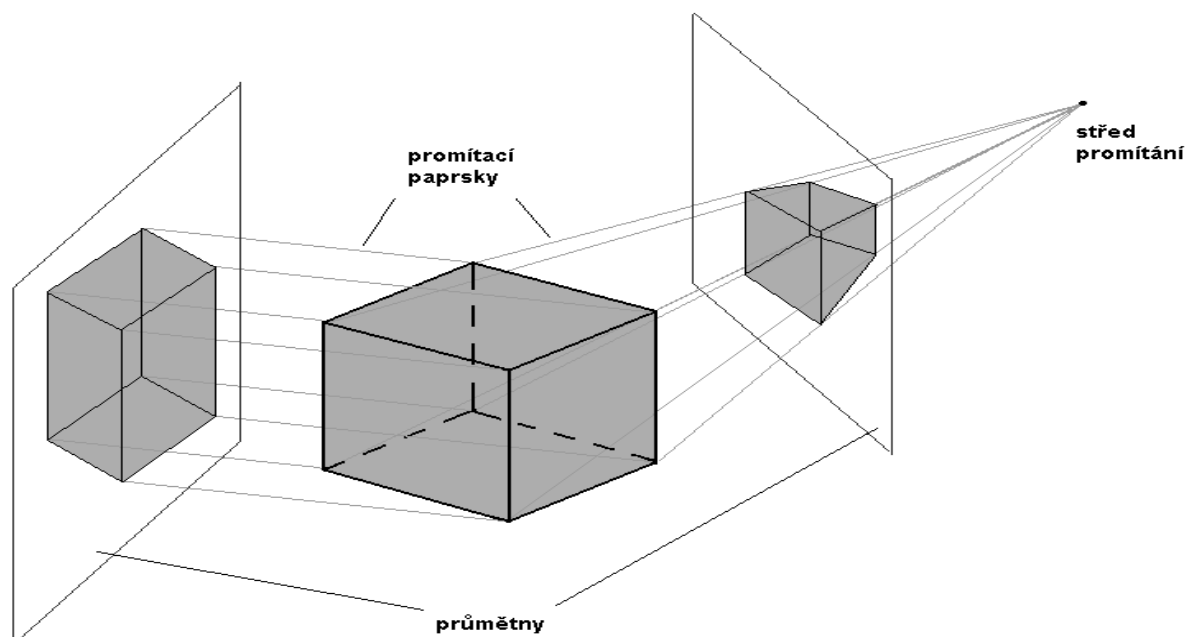
$$A_{H_{yz}} = \begin{bmatrix} 1 & H_y & H_z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_{H_{xz}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ H_x & 1 & H_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_{H_{xy}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ H_x & H_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.3 Promítání (projekce)

- realizuje převedení trojrozměrných objektů do dvojrozměrné podoby (dochází ke ztrátě informace)

- *prostorový paprsek* – přímka vedená promítaným bodem, jejíž směr závisí na zvolené metodě promítání

- *průmětna* – plocha v prostoru, na kterou dopadají promítací paprsky a v místě dopadu vytvářejí *průmět*



Obr. 22 Objekt a jeho průmět sestavený rovnoběžným (vlevo) a středovým (vpravo) promítáním

3.3.1 Rovnoběžné promítání

- všechny promítací paprsky jsou rovnoběžné, vzdálenost průmětny od promítaných objektů neovlivňuje velikost průmětů
- podle toho jaký úhel svírají paprsky s průmětnou, dělíme rovnoběžné promítání na *pravouhlé* (pro úhel 90 °) a *kosouhlé* (pro ostatní úhly, nejčastěji 45 °)
- rovnoběžné promítání do roviny xy kolmými paprsky popsanými vektorem $(0, 0, -1)$ představuje jednoduše zanedbání souřadnice z promítaných bodů. Takovou transformaci popíšeme maticí

$$P_{xy} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- takto získaný průmět představuje půdorys
- pro získání pohledu z jiného směru nejprve nalezneme transformaci, která objekty posune a otočí do vhodné promítací polohy nad průmětnou xy a pak provedeme operaci promítání

3.3.2 Středové (perspektivní) promítání

- všechny promítací paprsky vychází z jednoho bodu, který se nazývá *střed promítání*, obecně není zachována rovnoběžnost, vzdálenost objektů od středu promítání ovlivňuje velikost jejich průmětů (vzdálenější objekty mají menší průměty)
- střed promítání se volí na ose z (bod $S = [0, 0, d]$); průmětnou je rovina xy
- bod P o souřadnicích $[x, y, z]$ se promítne do roviny xy do bodu P' o souřadnicích

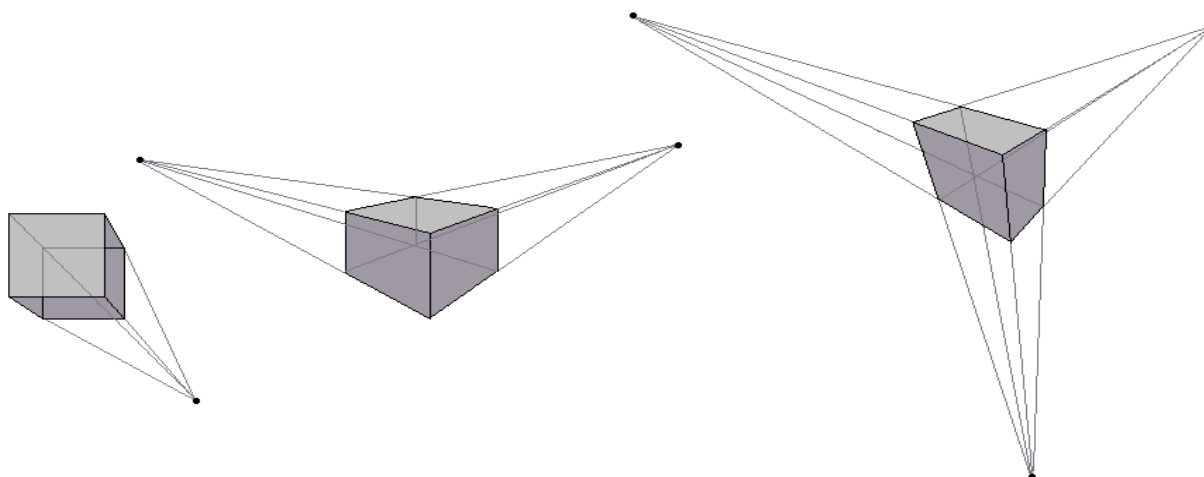
$$[x', y'] = \left[x \frac{d}{d-z}, y \frac{d}{d-z} \right] = \left[x \frac{1}{1-z/d}, y \frac{1}{1-z/d} \right]$$

- maticově lze středové promítání popsat

$$[x', y', z' w'] = [x, y, z, w] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rozlišujeme tři případy odpovídající orientaci průmětny vůči osám souřadnicového systému:

- jednobodová perspektiva – průmětna protíná jedinou souřadnicovou osu
- dvoubodová perspektiva – průmětna protíná dvě souřadnicové osy
- trojbodová perspektiva – nejobecnější případ, průmětna protíná tři osy



Obr. 23 Jednobodová, dvoubodová a trojbodová perspektiva

Použitá literatura

- [1] HAUBECKER, H., GEIBLER, P. Handbook of Computer Vision and Applications: Volume 1, Sensors and Imaging. Edited by Jähne Bernd. San Diego: Academic press, c1999. 657 p. ISBN 0-12-379771-3 (v 1).
- [2] ŽÁRA, J., BENEŠ, B., FEKEL, P. Moderní počítačová grafika. 1. vyd. Praha: Computer Press, 1998. 448 s. ISBN 80-7226-049-9.
- [3] HLAVÁČ, V., ŠONKA, M. Počítačové vidění. 1. vyd. Praha: Grada, 1992. 272 s. ISBN 80-85424-67-3.
- [4] VERNON, D. Machine Vision. New York: Prentice Hall, 1991. 255 p. ISBN 0-13-543398-3.
- [5] ŘÍHA, K., HUJKA, P. Epipolární geometrie. Dostupné na: <http://www.elektrorevue.cz/clanky/05017/index.html>
- [6] KALOVÁ, I., HORÁK, K. Optické metody měření 3D objektů. Dostupné na: <http://www.elektrorevue.cz/clanky/05023/index.html>
- [7] CMP Demo Index. Dostupné na: <http://cmp.felk.cvut.cz/demos/index.html>
- [8] NIEDEROEST, M., NIEDEROEST, J., ŠCUCKA, J. Shape from focus: Fully automated 3D reconstruction and visualization of microscopic objevte. Dostupné na: http://e-collection.ethbib.ethz.ch/ecol-pool/bericht/bericht_325.pdf
- [9] Pavlíček, P. Height profile measurement by means of white-light interferometry. Dostupné na: http://www.umt.fme.vutbr.cz/osem/pdf/danubia2003/036_P1_Cz_Pavlicek.PDF